BAKI UNİVERSİTETİNİN XƏBƏRLƏRİ

№1 Fizika-riyaziyyat elmləri seriyası 2015

PACS 25.40-Ep
УДК 531.1

ЭЙКОНАЛЬНОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ В ТЕОРИИ РАССЕЯНИЯ НА НЕЛОКАЛЬНОМ ПОТЕНЦИАЛЕ

С.Г.АБДУЛВАГАБОВА, Н.Ш.БАРХАЛОВА, Т.О.БАЙРАМОВА
Бакинский Государственный Университет
sajida.gafar@gmail.com

В работе рассматривается рассеяние адрона на ядре в эйкональном приближении. Потенциал взаимодействия является нелокальным. Нелокальный потенциал позволяет в явном и замкнутом виде получить аналитические выражения для амплитуды рассеяния. Рассматривается зависимость амплитуды рассеяния от переданного импульса. Показано, что в области максимального значения прицельного параметра фаза рассеяния совпадает с эйкональной фазой. При больших углах рассеяния дифракционный характер рассеяния сменяется орировским режимом. Диапазон применение эйконального приближения показывает, что оно является не только хорошим методом учета кинематических особенностей высокоэнергетического рассеяния, но и позволяет ввести в теоретическом подходе динамику взаимодействия.

Ключевые слова: эйконал, амплитуда рассеяния, дифракционное рассеяние, эффективное сечение.

Применимость дифракционного рассеяния Глаубера – Ситенко определяется условиями адиабатичности и эйкональности. Адиабатичность, это пренебрежение внутриядерным движением нуклонов ядра вовремя пролета через него падающей частицы. Эйкональное приближение (высокоэнергетическое приближение) широко и успешно применяется для описания рассеяния частиц в сложных ядрах как рассеяния в некоторой сплошной оптической среде. В этом приближении вместо закона сохранения энергии имеет место закон сохранения проекции импульса. Это означает, что полностью пренебрегается движением в поперечных направлениях. Эйкональное приближение по своему смыслу очень близко к квазиклассическому приближению и условие применимости высокоэнергетического приближения совпадает с обычным квазиклассическим условием: $1/k = \lambda << R$. Надо отметить, что потенциальное рассеяния характеризуется тремя безразмерными параметрами: $\lambda\!\!\!^{-}/R$, V/E и θ. При высокоэнергетическом рассеянии длина волны частицы много меньше размеров потенциала. Кроме того, в эйкональном приближении не накладывается никаких ограничений на массы и координаты частиц, при этом и конечный радиус, и отдача считаются точно, а влияние искажений учитывается только в фазе плоской волны. Поэтому эйкональное приближение можно использовать для вычисления угловых распределений рассеянных частиц [1]. В случае упругого рассеяния в этом приближении амплитуда рассеяния вычисляется эйкональными волновыми функциями.

В данной работе рассматривается эйкональное приближение в теории рассеяния адрона на ядре и вопросы обоснования нелокального потенциала.

Амплитуда и эйконал упругого рассеяния

Интегральное уравнение Шредингера для взаимодействия частиц имеет вид

$$\left(\Delta + k^2\right)\Psi(\vec{r}) = \int d\vec{r}'V(\vec{r},\vec{r}')\Psi(\vec{r}') \quad . \tag{1}$$

Предположение о сферической симметрии соответствует требованию о зависимости потенциала $V(r,r')$ лишь от r, r' и от угла θ между этими радиусами.

Потенциал $V(r,r')$ в (1) является нелокальным [2]. Нелокальные потенциалы позволяют в явном и замкнутом виде получить аналитические выражения для амплитуды рассеяния. Кроме того, с помощью их, поддающихся точному решению, можно смоделировать удачным образом ядерные силы, действующие между свободными нуклонами и нуклонами внутри ядра. Одна из особенностей нелокальных взаимодействий заключается в том, что для них возможно существование «связанных» состояний с положительной энергией. Для локальных потенциалов это невозможно. Связанные состояния с положительной энергией являются неустойчивыми относительно малых изменений в нелокальном потенциале. Они исчезают при небольших вариациях параметров взаимодействия.

Решение (1) для радиальной части для S –волны имеет следующий вид:

$$\varphi''(r) + k_2\varphi(r) = \int_0^\infty dr'V(r,r')\varphi(r'), \tag{2}$$

где

$$V(r,r') = 2\pi r r')\int d(\cos\theta)V(\vec{r},\vec{r}'). \tag{3}$$

После наложения обычные ограничения на асимптотическое поведение потенциала и на поведение в нуле, получим связь между локальным нелокальным потенциалами:

$$V(r) = \int_0^\infty dr' V(r,r') \frac{\varphi(r')}{\varphi(r)}, \tag{4}$$

результат который можно получить непосредственно из уравнения (2).

В частном случае потенциал можно выбрать в виде

$$V(r,r') = h(r)g(r'). \tag{5}$$

Тогда выражение (4) принимает следующий вид

$$V(r) = h(r)\int_0^\infty dr' g(r') \frac{\varphi(r')}{\varphi(r)}, \tag{6}$$

где

$$\varphi(r) = A\sin kr + \int_0^r dr' h(r') \sin k(r-r') \tag{7}$$

Любой нелокальный потенциал формально эквивалентен некоторому эффективному потенциалу, зависящему весьма сложным образом от импульса. Действительно, импульс **p** является оператором бесконечно малого сдвига аргумента волновой функции. Поэтому для конечного сдвига можно записать:

$$\varphi(r) = e^{i(\mathbf{r}'-\mathbf{r})\,\mathbf{p}} \varphi(r). \tag{8}$$

Тогда выражение (4) преобразуется к виду:

$$\left\{\int dr' g(r) e^{i(\mathbf{r}'-\mathbf{r})\mathbf{p}}\right\} h(r)\varphi(r) = V_{эфф}(r,p)\varphi(r). \tag{9}$$

Потенциал $V_{эфф}$(r,p) выражается в виде бесконечного ряда по степеням дифференциального оператора *p*, содержащего из-за симметрии $V(r',r) = V(r,r')$ только четные степени *p*.

В достаточно широкой области энергий относительного движения частицы и ядра потенциал $V_{эфф}$(r,p) можно разложить в ряд по степеням **p** и ограничиться членами до второго порядка исключительно. Подставляя это разложение в уравнение (9) и умножая полученное уравнение на множитель $\frac{m^*}{m_p}$, можно получить новое уравнение:

$$\left[\frac{m^*}{m_p}\mathbf{p}\frac{\hbar^2}{2m^*}\mathbf{p}+\frac{m^*}{m_p}V_{эфф}(\mathbf{r},0)+\left(1-\frac{m^*}{m_p}\right)E-E\right]\varphi(r)=0, \tag{10}$$

где m^* - эффективная приведенная масса, определяемая известным соотношением [3]:

$$\frac{1}{m^*}=\frac{1}{m_p}+\frac{1}{3\hbar^2}\frac{d^2V_{эфф}(r,p)}{dp^2}|_{p=0}. \tag{11}$$

Для случая $V_{эфф}$(r,p)<<E и $k_i a$>>1, где a - характерный радиус действия потенциала, то уравнение (9) можно проинтегрировать аналитически:

$$\varphi(\mathbf{r})=e^{-\frac{i}{v}\int\limits_{-\infty}^{z}V_{эфф.}\left(\mathbf{b}+\hat{k}_i z'\right)dz'}. \tag{12}$$

Здесь $\mathbf{b}$ – проекция вектора $\mathbf{r}$ на плоскость, перпендикулярную оси z (прицельный параметр), $\hat{k}_i=\frac{\mathbf{k}_i}{|\mathbf{k}_i|}$, $v=\frac{k_i}{m}$- скорость частицы. Полученное выражение для волновой функции (12) справедливо только при $z<<\mathrm{k}a^2$.

Амплитуда в дифракционном приближении имеет следующий вид:

$$f(\theta)=-\frac{m}{2\pi}\int d^3re^{i\left(k_i-k_f\right)r}V_{эфф}(r,k)e^{-\frac{i}{v}\int\limits_{-\infty}^{z}V_{эфф}\left(\mathbf{b}+\hat{k}_i z'\right)dz'}. \tag{13}$$

При малых углах рассеяния $\theta^2<<\frac{1}{ka}$ в подынтегральном выражении можно пренебречь продольной (вдоль оси z) компонентой переданного импульса $\mathbf{q}=\mathbf{k}_i-\mathbf{k}_f\left(|\mathbf{q}|=2k_i\sin\frac{\theta}{2}\right)$ и провести интегрирование по z аналитически. Отметим, что амплитуда (13) зависит непосредственно не от угла рассеяния, а от переданного импульса $\mathbf{q}$. Поэтому в дальнейшем будем использовать его в качестве аргумента амплитуды рассеяния. Тогда

$$f(\mathbf{q})=\frac{ik}{2\pi}\int d^2be^{i\mathbf{qb}}\left[1-e^{-\frac{i}{v}\int\limits_{-\infty}^{\infty}V_{эфф}\left(\mathbf{b}+\hat{k}_i z'\right)dz'}\right]. \tag{14}$$

Такая запись амплитуды в области высоких энергий не базируется на конкретном механизме взаимодействия. Вся динамика процесса в эйкональных моделях должна быть введена заданием конкретнего вида эйконала

$$\chi = -\frac{1}{v}\int_{-\infty}^{\infty} V_{эфф.}(\mathbf{b} + k_i z')dz' \ , \qquad (15)$$

как функция прицельнего параметра b и энергии.

Зная из опыта $f(q)$ и пользуясь полнотой системы функций $\varphi(r)$ и $\varphi(r')$ можно найти из опыта $V_{эфф}$(r,p) **.**

Справедливость эйконального приближения для амлитуды рассеяния на малые углы для любых потенциальных энергий состоит в том, что в интеграле (14) функция начинает давать вклад в области прицельных b в b_{max} и совпадает с эйкональной фазой (15). При этом характерный угол рассеяния определяется величиной

$$\theta \le ƛ / b_{\max} .$$

Таким образом, при потенциальных энергиях квантовые эффекты рассеяния на эффективных потенциалах значитиельно интенсивнее классических, поэтому здесь неприменима часто используемая оценка для характерных углов квазиклассического рассеяния $\theta_{клас}\Delta k / k \approx \left\{V_{эфф} / R\right|\left(R / k \approx V_{эфф} / E\right\}$, с помощью которой иногда обяъсняется преимущественное рассеяние вперед при $k \to \infty, \theta_{клас} \approx V_{эфф} / E \to 0$.

Известно, что дифференциальное сечение рассеяния выражается через амплитуду рассеяния следующим образом:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(q)|^2 . \qquad (16)$$

Подставляя в это равенство амплитуду (14) и после интегрирование по всем углам рассеяния получим выражение для упругого сечения в дифракционном приближении

$$\sigma_{ус} = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega = \left(\frac{k}{2\pi}\right)^2 \int e^{i\mathbf{q}(\mathbf{b}-\mathbf{b}')} \left[1 - e^{-\frac{i}{v}\int_{-\infty}^{\infty} V_{эфф}\left(\mathbf{b}+\hat{k}_i z\right)dz}\right] \times$$

$$\times \left[1 - e^{-\frac{i}{v}\int_{-\infty}^{\infty} V_{эфф}\left(\mathbf{b}'+\hat{k}_i z\right)dz}\right] d^2b d^2b' d\Omega . \qquad (17)$$

Заменяя интегрирование по телесному углу Ω на интегрирование по переданному импульсу q

$$+d\Omega = \frac{1}{k^2} d^2 q, \tag{18}$$

и используя соотношение

$$\int e^{i\mathbf{q}(\mathbf{b}-\mathbf{b}')} d^2 q = (2\pi)^2 \delta^2(\mathbf{b}-\mathbf{b}'), \tag{19}$$

получим следующее выражение для сечения рассеяния:

$$\sigma_{yc} = \int d^2 b \left| 1 - e^{-\frac{i}{v}\int\limits_{-\infty}^{\infty} V_{эфф}\left(\mathbf{b}+\hat{k}_i z\right) dz} \right|^2 . \tag{20}$$

С ростом угла рассеяния дифракционный характер рассеяния сменяется орировским режимом [4] $d\sigma / d\Omega \approx \exp(-\mathbf{b}k\theta)$.

Заключение

Основной результат теории дифракционного рассеяния заключается в построении потенциала, позволяющего свести исходную многочастичную задачу к однозначной.

Эффективный потенциал и, соответственно, эйконал был задуман как прямое обобщение потенциальной теории двухчастичного взаимодействия на релятивистский случай, причем существование неупругих процессов. Диапазон применения эйконального приближения для нерелятивисткого случая показывает, что оно является не только хорошим методом учета киниметачических особенностей высокоэнергетического рассеяния, но и позволяет ввести в теоретическом подходе динамику взаимодействия.

Представление прицельного параметра очень полезно при описании качественных характеристик процессов. Однако предлагаемая форма эйконала в b представлении оказывается приближенным.

ЛИТЕРАТУРА

1. Алхазов Г.Д., Анисович В.В., Волковицкий П.Е. Дифракционное взаимодействие адронов с ядрами при высоких энергиях. Ленинград: Наука, 1991, с. 92.
2. Калоджеро Ф. Методы фазовых функций в теории потенциального рассеяния. М.: Мир, 1972, с. 292.
3. Кадменский С.Г. Ядерная физика, 1999, т. 62, № 4, с.639.
4. Деремин И.М. Успехи Физических наук. т. 183, 1, 2013, с.3

QEYRİ-LOKAL POTENSİALLARDA SƏPİLMƏ NƏZƏRİYYƏSİNDƏ EYKONAL YAXINLAŞMASI

S.Q.ƏBDÜLVAHABOVA, N.Ş.BARXALOVA, T.O.BAYRAMOVA

İşdə eykonal yaxınlaşmasında adronların nüvələrdən səpilməsinə baxılmışdır. Qarşılıqlı təsir potensialı qeyri-lokal götürülmüşdür. Qeyri-lokal potensial səpilmənin amplitudu üçün aşkar analitik ifadənin alınmasına imkan verir. Amplitudun ötürülən impulsdan asılılığına baxılmışdır. Hədəf parametrinin böyük qiymətlərində səpilmənin fazasının eykonal fazası ilə üst-üstə düşməsi göstərilmişdir. Böyük bucaq altındakı səpilmələrdə səpilmənin difraksiya xarakteri Orirov rejimi ilə əvəz olur. Eykonal yaxınlaşmanın diapazonu yüksək enerjilərdə səpilmənin nəinki kinematik xüsusiyyətlərini və həmçinin qarşılıqlı təsirin dinamikasının nəzəri öyrənilməsi üçün də yaxşı imkandır.

Açar sözlər: eykonal, səpilmə amplitudu, difraksiya səpilməsi, effektiv kəsik.

EIKONAL APPROXIMATION IN THE THEORY OF THE SCATTERING ON NONLOCAL POTENTIALS

S.G.ABDULVAHABOVA, N.Sh.BARKHALOVA, T.O.BAYRAMOVA

SUMMARY

This paper considers a hadron scattering on a nucleus in the eikonal approximation. The interaction potential is nonlocal. Nonlocal potential allows obtaining explicit and closed form analytical expressions for the scattering amplitude. The dependence of the scattering amplitude of the transferred momentum is considered. It is shown that in the area of maximum impact parameter scattering phase coincides with eikonal phase. For large scattering angles, diffraction scattering character is replaced by Orirov regime. The range of application of the eikonal approximation shows that it is not only a good method of accounting kinematic features of high energy scattering, but also allows entering a theoretical approach to the dynamics of interaction.

Key words: eikonal, scattering amplitude, diffraction scattering, cross section.

Принято в редакцию: 06.02.2015 г.
Подписано к печати: 20.04.2015 г.